

Übungsblatt 4 Abgabe: 24.11.2005	Übungen zur Theoretischen Physik II Prof. Dr. H.-J. Kull L. Arndt, N. Gürtler	Theoretische Physik A Laserphysik RWTH Aachen
--	---	---

(H1) Gegeben sei eine homogene Kugel mit Ladung Q , Radius R und Ladungsdichte

$$\rho(r) = \rho_0 \Theta(R - r), \quad \rho_0 = \frac{Q}{\frac{4\pi}{3}R^3}.$$

- a) Berechnen Sie zuerst das elektrische Feld $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ mit Hilfe des Gaußschen Satzes und daraus das skalare Potential $\Phi(\mathbf{r})$ durch Integration.
- b) Berechnen Sie zuerst $\Phi(\mathbf{r})$ mit Hilfe der Integraldarstellung

$$\Phi(\mathbf{r}) = \int d^3r' \frac{\rho(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}$$

und daraus $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ durch Differentiation.

- c) Zeigen Sie, daß das elektrische Feld $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ einer Ladungsverteilung $\rho(\mathbf{r})$ keine resultierende Kraft auf die Ladungsverteilung selbst ausübt.

Geben Sie bei a) und b) jeweils die Lösungen im Innen- und Außenraum der Kugel an.

(H2) Gegeben sei ein homogenes Gas aus Elektronen und Ionen (Plasma). Die Ladungsdichte der Elektronen sei $\tau_{e0} = q_e n_{e0}$, die der Ionen $\tau_{i0} = q_i n_{i0}$, das Gesamtsystem sei neutral $\tau_0 = \tau_{e0} + \tau_{i0} = 0$. Im Koordinatenursprung wird eine zusätzliche Ladung Q mit der Ladungsdichte $Q\delta(\mathbf{r})$ eingebracht und es wird gewartet bis sich ein thermisches Gleichgewicht einstellt. Im Gleichgewicht sind die Ladungsdichten der Elektronen und Ionen

$$\begin{aligned} \tau_e &= \tau_{e0} e^{-\frac{q_e \Phi}{T}} \approx \tau_{e0} \left(1 - \frac{q_e \Phi}{T}\right) \\ \tau_i &= \tau_{i0} e^{-\frac{q_i \Phi}{T}} \approx \tau_{i0} \left(1 - \frac{q_i \Phi}{T}\right) \end{aligned}$$

wobei T die Temperatur und $\Phi(r)$ das elektrostatische Potential bezeichnen. Es gelte $|\frac{q_{e,i}\Phi}{T}| \ll 1$, so dass die Dichten durch die angegebene Näherung ausgedrückt werden können.

Geben Sie die Poisson-Gleichung für $\Phi(r)$ an und bestimmen Sie eine radialsymmetrische Lösung zu den Randbedingungen: $\Phi(r \rightarrow 0) \rightarrow \frac{Q}{r}$ und $\Phi(r \rightarrow \infty) \rightarrow 0$.

(H3) Vor einer leitenden, geerdeten Ebene ($x = 0$) befindet sich ein physikalischer Dipol mit dem Dipolmoment $\mathbf{p} = p_0 \frac{1}{\sqrt{2}}(1, 0, 1)$. Seine negative Ladung $-q$ befinde sich am Ort $a(1, 0, 0)$. Berechnen Sie

- a) das Potential im Halbraum $x > 0$
- b) die Oberflächenladungsdichte auf der leitenden Ebene.