

Übungsblatt 1 Abgabe: 3.11.2005	Übungen zur Theoretischen Physik II Prof. Dr. H.-J. Kull L. Arndt, N. Gürtler	Theoretische Physik A Laserphysik RWTH Aachen
---------------------------------------	---	---

(G1) Bestimmen Sie die Gradientenfelder der folgenden skalaren Felder:

- a) $f = y^2 z^2 + z^3 x^3 + x^4 y^4$, insbesondere an den Stellen $(0, 0, -1)$, $(1, -2, -3)$,
- b) $f = x \sin(yz)$,
- c) $f = ax + by + cz$ und $g = ax by cz$, a, b, c konstant.

(G2) Bestimmen Sie die Quellen der Gradientenfelder der folgenden skalaren Felder:

- a) $f = \sin(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r})$, \mathbf{k} konstant,
- b) $f = e^{-\alpha r^2}$, α konstant.

(G3) Zeichnen Sie die Vektorfelder $\mathbf{A} = x_1 \mathbf{e}_1 + x_2 \mathbf{e}_2$ und $\mathbf{B} = x_2 \mathbf{e}_1 - x_1 \mathbf{e}_2$, und bestimmen Sie deren Quellen und Wirbel.

(H1) Zeigen Sie unter Verwendung eines kartesischen Koordinatensystems die Gültigkeit der folgenden Beziehungen:

- a) $\nabla \cdot (\alpha \mathbf{a}) = \alpha \nabla \cdot \mathbf{a} + \mathbf{a} \cdot \nabla \alpha$,
- b) $\nabla \times (\mathbf{a} \times \mathbf{b}) = \mathbf{a} \nabla \cdot \mathbf{b} + \mathbf{b} \cdot \nabla \mathbf{a} - \mathbf{b} \nabla \cdot \mathbf{a} - \mathbf{a} \cdot \nabla \mathbf{b}$,
- c) $\nabla(\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}) = \mathbf{b} \cdot \nabla \mathbf{a} + \mathbf{b} \times (\nabla \times \mathbf{a}) + \mathbf{a} \cdot \nabla \mathbf{b} + \mathbf{a} \times (\nabla \times \mathbf{b})$.

(H2) Berechnen Sie $\nabla \cdot \mathbf{a}$ und $\nabla \times \mathbf{a}$ für:

- a) $\mathbf{a} = \mathbf{a}_0 e^{i \mathbf{k} \cdot \mathbf{r}}$, \mathbf{a}_0, \mathbf{k} konstant,
- b) $\mathbf{a} = r^\alpha \mathbf{r}$, $r \neq 0$, α konstant.

(H3) Seien $\boldsymbol{\Omega}$ ein konstanter Vektor und $\mathbf{v} = \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r}$. Dann gilt $\boldsymbol{\Omega} = \frac{1}{2} \nabla \times \mathbf{v}$. Leiten Sie diese Beziehung her.