Übungsblatt 2 Abgabe: 4.5.05	Übungen zur Theoretischen Physik I Prof. Dr. H.-J. Kull L. Arndt, N. Gürtler	Theoretische Physik A Laserphysik RWTH Aachen

G1) Zeigen Sie, daß die folgenden Identitäten gelten:

a) $\boldsymbol{a}\cdot(\boldsymbol{b}\times\boldsymbol{c}) = \boldsymbol{b}\cdot(\boldsymbol{c}\times\boldsymbol{a}) = \boldsymbol{c}\cdot(\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b})$
b) $\boldsymbol{a}\times(\boldsymbol{b}\times\boldsymbol{c}) = \boldsymbol{b}(\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{c}) - \boldsymbol{c}(\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b})$
c) $\boldsymbol{\nabla}\times\boldsymbol{\nabla}U(\boldsymbol{r}) = 0$
d) $(\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b})\cdot(\boldsymbol{c}\times\boldsymbol{d}) = (\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{c})(\boldsymbol{b}\cdot\boldsymbol{d}) - (\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{d})(\boldsymbol{b}\cdot\boldsymbol{c})$

Hinweis: Stellen Sie die Vektoren in einer Orhonormalbasis $\{\boldsymbol{e}_i\}$ dar und verwenden Sie das Kronecker-Symbol δ_{ij} und das Levi-Civita-Symbol ϵ_{ijk} mit den Eigenschaften

$$\delta_{ij} = \boldsymbol{e}_i\cdot\boldsymbol{e}_j = \begin{cases} 1 & ; \quad i = j \\ 0 & ; \quad i \neq j \end{cases} \quad ,$$

$$\epsilon_{ijk} = \boldsymbol{e}_i \cdot (\boldsymbol{e}_j \times \boldsymbol{e}_k) = \begin{cases} 1 \\ -1 \\ 0 \end{cases} \quad \text{für} \quad ijk = \begin{cases} \text{zykl. Vertauschungen von 123} \\ \text{zykl. Vertauschungen von 213} \\ \text{sonst} \end{cases}$$

H1) Bestimmen Sie, soweit möglich, das Potential zu folgenden Kraftfeldern:

a) $\boldsymbol{c}\times\boldsymbol{r}$, b) $f(r)\boldsymbol{r}$, c) $(\boldsymbol{c}\times\boldsymbol{r})\times\boldsymbol{c}$, $\boldsymbol{c} = const.$

H2) Seien $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}$ zwei Vektoren in der xy-Ebene, die den Winkel ϕ einschließen.

a) Erklären Sie die geometrische Bedeutung des Vektorproduktes $|\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b}| = ab\sin\phi$ als Flächeninhalt.
b) Erklären Sie die geometrische Bedeutung der Komponentendarstellung $(\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b})_z = a_x b_y - a_y b_x$ durch Scherungstransformationen.

H3) Zeigen Sie, dass sich der Flächeninhalt eines Dreiecks durch ein Vektorprodukt ausdrücken lässt. Berechnen Sie mit dieser Formel dann den Flächeninhalt F des Dreiecks ABC mit $A = (1, 2, 3)$, $B = (-2, 0, 4)$, $C = (-1, -1, 2)$.