Vortragsfolien

http://llp.ilt.fhg.de/physikwoche.htm


Physikwoche
für Schüler
Wie entsteht Laserlicht?
H.-J. Kull, RWTH Aachen

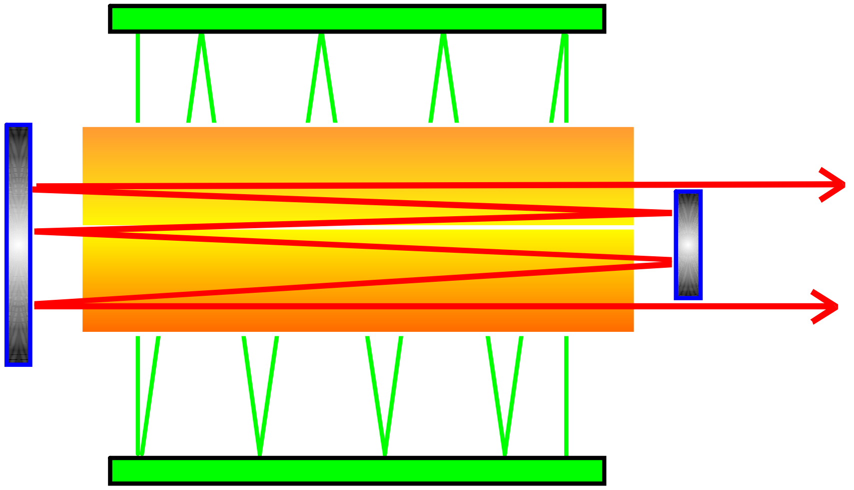
Aufbau eines Lasers

- Aktives Medium
  Gas, Festkörper, Plasma,
  Elektronenstrahl

- Resonator
  offen, geschlossen
  stabil, instabil
  sphärisch, eben

- Energiezufuhr
  Licht, Strom

- Energieauskopplung
  Transmission, Kante



Hochleistungslaser

Attosekunden	Femtosekunden	Pikosekunden	Nanosekunden

Skandinavisch / Dänisch

atten=achtzehn
femten= fünfzehn

Italienisch

piccolo=klein

Griechisch

tetrákis=viermal $(10^3)^4$
pentákis=fünfmal $(10^3)^5$
hexákis=sechsmal $(10^3)^6$

nano=Zwerg

Exawatt

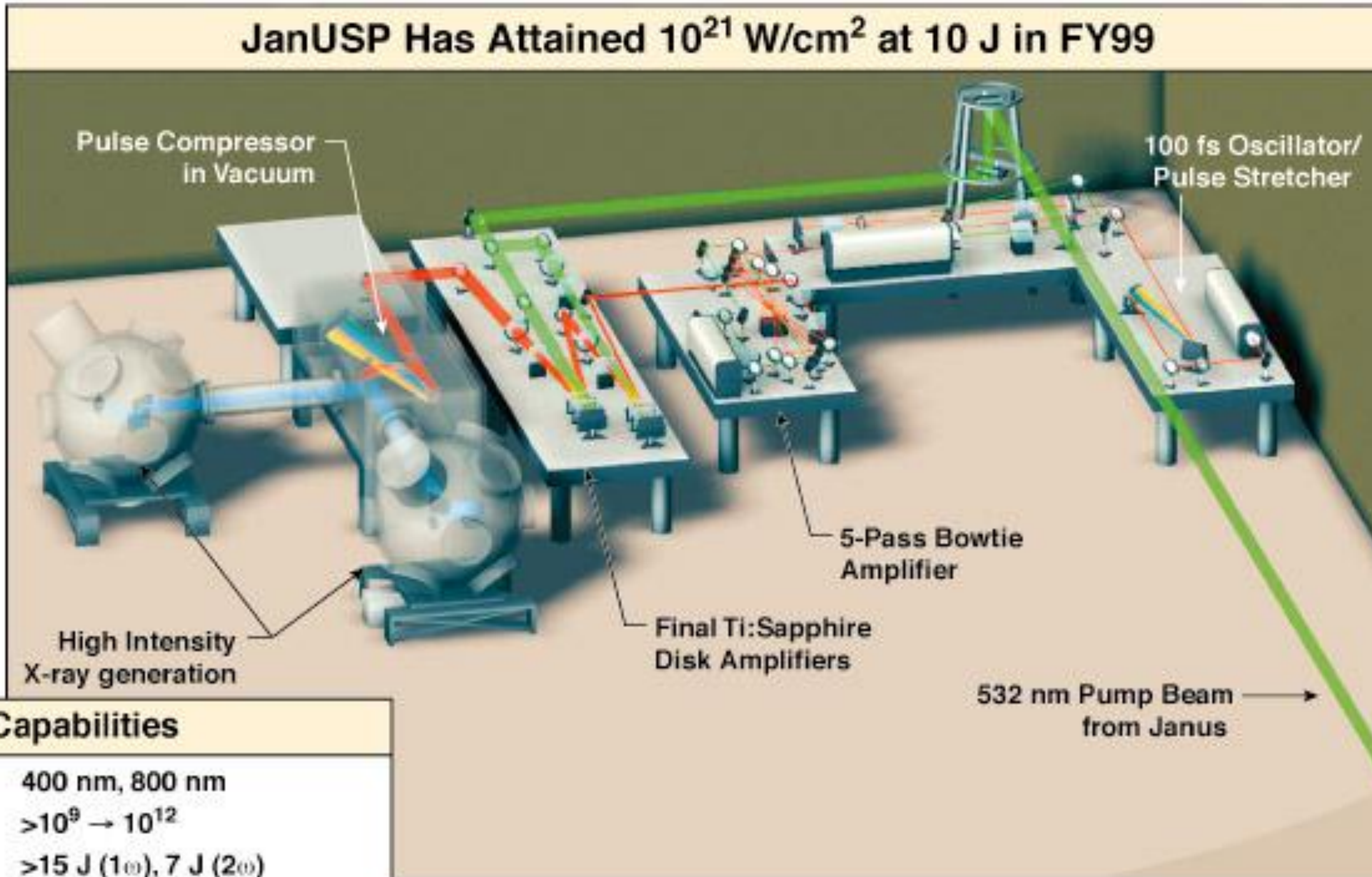
Multi-Petawatt

Petawatt

Multi-Terawatt

Terawatt

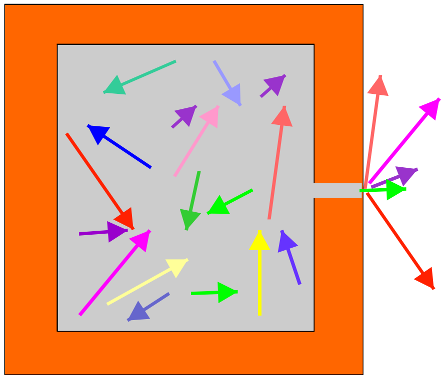
The 200 TW JanUSP is the worlds brightest, high-contrast laser for pursuit of physics above 10^{21} W/cm^2



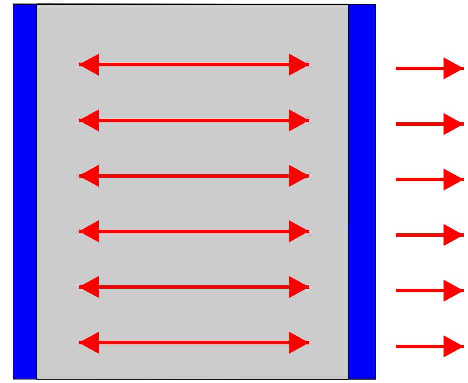
Capabilities

Wavelength	400 nm, 800 nm
Contrast	$>10^9 \rightarrow 10^{12}$
Energy	>15 J (1ω), 7 J (2ω)
Pulsewidth	80–100 fs, upgrade to 30 fs
Spot size	<2x diffraction limited
Intensity	$>10^{21}$ W/cm^2
Rep Rate	3/hour

Thermisches Licht und Laserlicht



Wärmestrahlung aus einem Hohlraum, dessen Wände eine konstante Temperatur T besitzen



Laserstrahlung aus einem Resonator mit zwei parallelen ebenen Spiegeln

Welleneigenschaften

- Viele Schwingungsmoden unterschiedlicher Frequenz, Ausbreitungsrichtung und Polarisation
- Schlechte Kohärenz (Interferenzfähigkeit)

- Wenige Schwingungsmoden mit fester Frequenz, Ausbreitungsrichtung und Polarisation
- Gute Kohärenz

Teilcheneigenschaften

- Kleine mittlere Photonenzahlen
- Große Photonenzahlschwankungen

- Große mittlere Photonenzahlen
- Kleine Photonenzahlschwankungen

Felder und Schwingungsmoden

Der Ort eines Teilchens wird durch die Intensität eines Feldes bestimmt:

$$\psi(x)$$

Stehende Wellen

$$\psi(x) = \psi_0 \sin(kx)$$

$$\psi(0) = \psi(L) = 0$$

$$kL = s\pi, \quad s = 1,2,3,\cdots$$

Wellenzahl

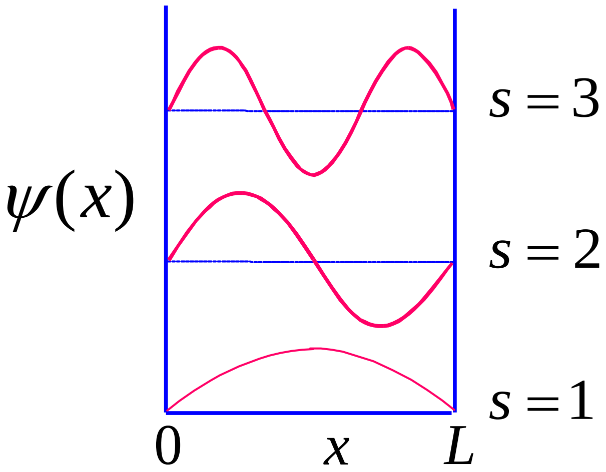
$$k_s = s\frac{\pi}{L}$$

Wellenlänge

$$k_s = 2\pi / \lambda_s$$

$$s\lambda_s / 2 = L$$

Moden $s = 1,2,3,\cdots$



- Abzählbarkeit

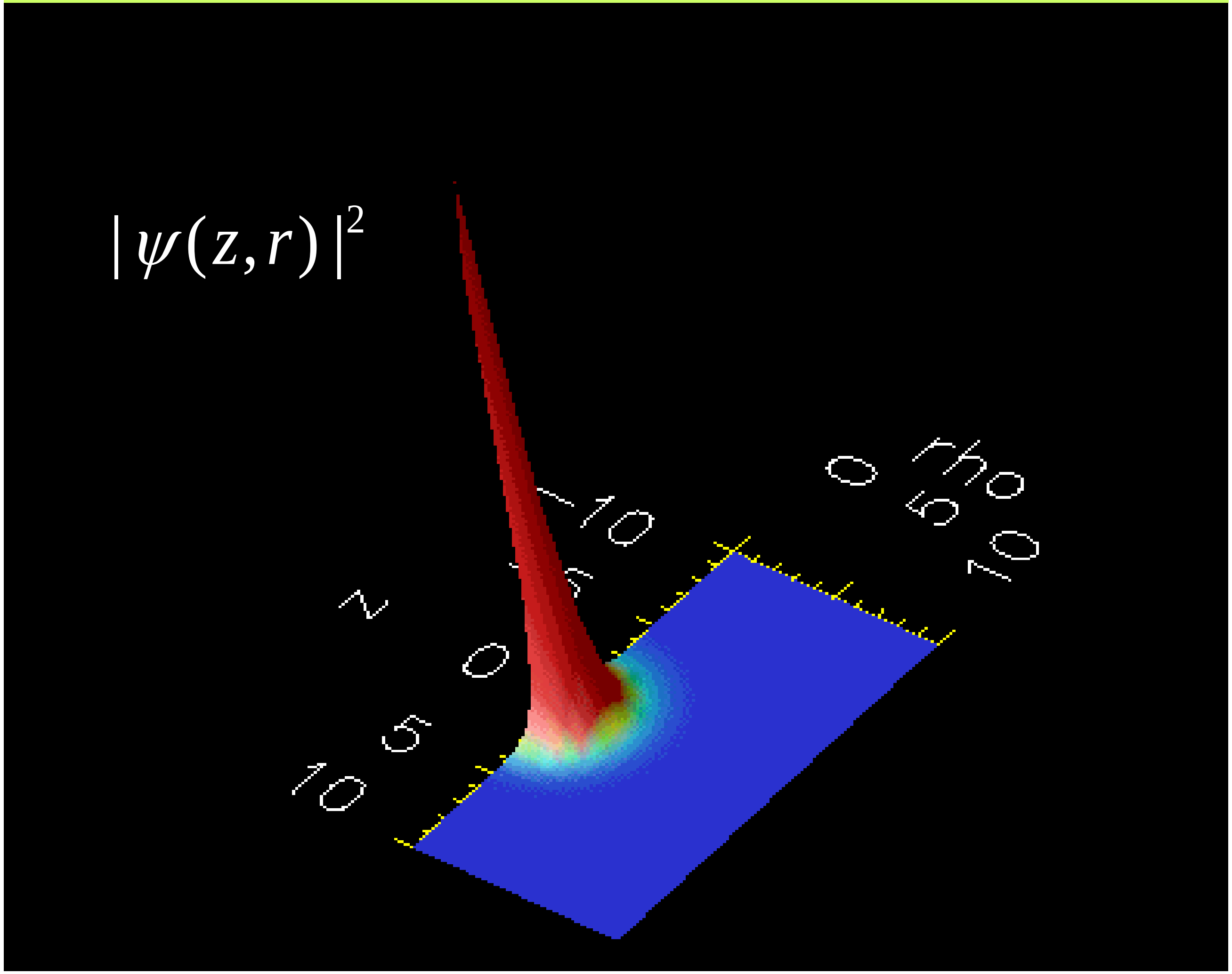
Die Schwingungsmoden in einem endlichen Volumen sind abzählbar

- Vollständigkeit

Allgemeine Felder lassen sich durch die Überlagerung von Schwingungsmoden darstellen

Wasserstoffatom im Laserfeld

1s ->2p Übergang



Teilchen und Teilchenstatistik

Enrico Fermi

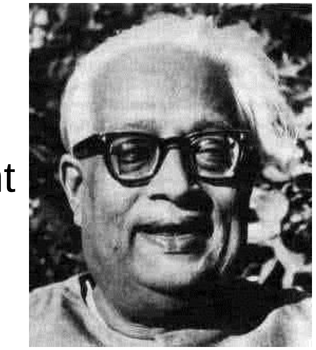
1901-1954

Jede Mode kann mit Teilchen besetzt werden.

Der Teilchenimpuls wird durch die de Broglie Beziehung bestimmt

$$p_s = h / \lambda_s$$

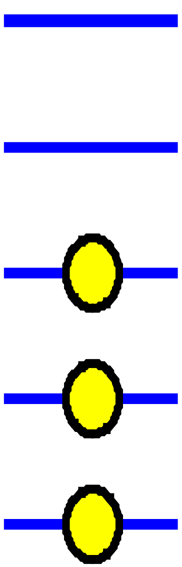
Die Teilchenzahl wird durch eine Besetzungszahl n_s angegeben



Satyendranath Bose

1894-1974

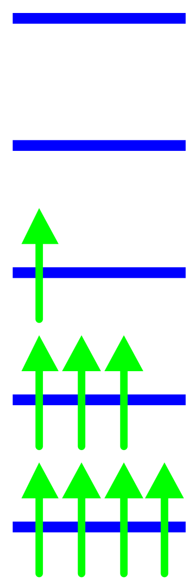
Die Besetzungszahlen n_s für alle Modenzahlen s bestimmen genau einen Quantenzustand des Systems. Diese Zustände heißen Besetzungszahlzustände



- Elektronen

$$n_s = 0,1$$

- Elektronen sind Fermionen
- Fermionen können eine Mode nur einmal besetzen



- Photonen

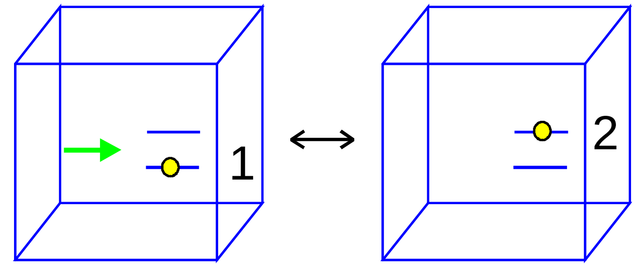
$$n_s = 0,1,2,3,\cdots,\infty$$

- Photonen sind Bosonen.
- Bosonen können eine Mode beliebig oft besetzen

Emission und Absoption von Photonen durch Atome

Bohrsches Postulat $E_2 - E_1 = h\nu$

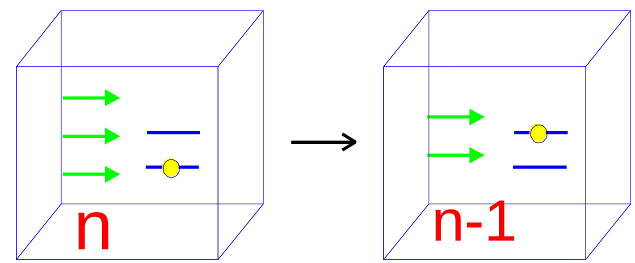
E_1: Energie des Atoms im Zustand 1
E_2: Energie des Atoms im Zustand 2



w

Übergangswahrscheinlichkeiten

- Photonen sind identische Teilchen
- Übergänge sind reversibel
- n: Photonenzahl im Anfangszustand

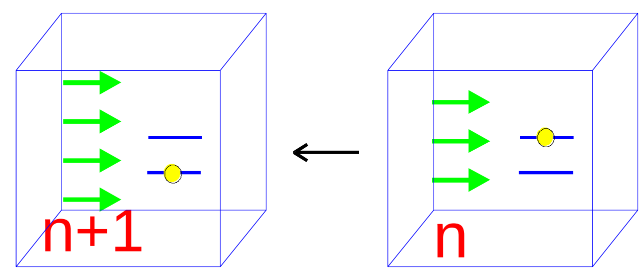


$\mathrm{w}_{abs} = n\,\mathrm{w}$

Absorption: $\mathrm{w}_{abs} = n\,\mathrm{w}$

Spontane Emission: $\mathrm{w}_{sp} = \mathrm{w}$

Induzierte Emission: $\mathrm{w}_{ind} = \mathrm{w}_{abs} = n\,\mathrm{w}_{sp}$



$\mathrm{w}_{em} = (n+1)\mathrm{w}$

Die induzierte Emissionsrate in eine Mode ist dann größer als die spontane Emissionsrate, wenn die Mode mit mehr als einem Photon besetzt ist.

Wachstumsprozesse

Die Änderung einer Größe dn innerhalb eines kleinen Zeitintervalls dt ist bei Wachstumsprozessen proportional zur Größe n selbst und zur Dauer des Zeitintervalls

$$dn \propto n dt$$

Mit einer Proportionalitätskonstante $\alpha > 0$ erhält man die Gleichung

$$dn = \pm\, \alpha n \, dt$$

Das Vorzeichen gibt an, ob es sich um eine Zunahme (+) oder Abnahme (-) der Größe handelt.

Die Rate R mit der sich die Größe ändert wird definiert durch die Ableitung der Funktion $n(t)$:

$$R = \frac{dn}{dt} = \pm \alpha n$$

Der Anfangswert der Größe zur Zeit $t = 0$ sei $n(0) = n_0$.

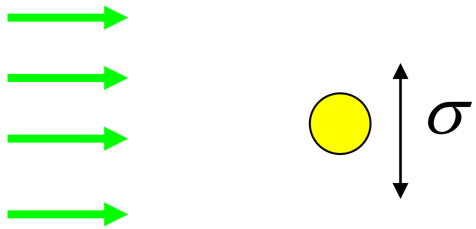
Die Lösung der Ratengleichung ist die Exponentialfunktion:

$$n(t) = n_0 e^{\pm \alpha t}$$

Aufgabe 1: Zeigen Sie, dass diese Funktion zum Anfangszeitpunkt $t = 0$ den richtigen Anfangswert n_0 und zu jedem Zeitpunkt t die richtige Ableitung $\pm \alpha n$ besitzt.

Induzierte Emission

$$\phi \propto n$$



Emissionsrate

$$R = \frac{dn}{dt} = \sigma\phi$$

Photonenstromdichte

$$\phi = cn/V$$

Anzahl der einfallenden Photonen pro
Flächen- und Zeiteinheit

Wirkungsquerschnitt

$$\sigma \ = \sigma_0 S(\nu)$$

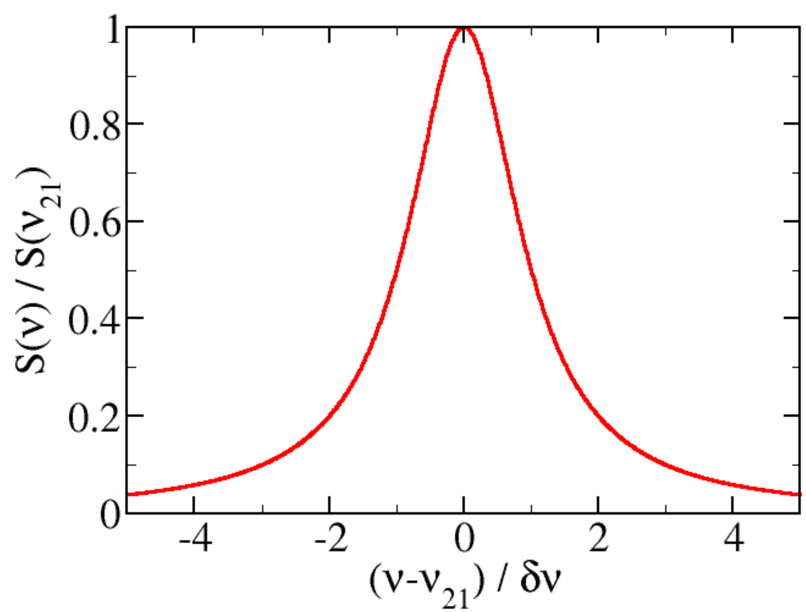
Fläche innerhalb der ein einfallendes
Photon eine Emission induziert

Lorentzprofil des Übergangs

$$S(\nu) = S(\nu_{21}) \frac{\delta\nu^2}{(\nu-\nu_{21})^2 + \delta\nu^2}$$

$$S(\nu_{21}) = 1/(\pi\delta\nu)$$

Übergangsfrequenz ν_{21}
Halbe Linienbreite $\delta\nu$



Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation
Lichtverstärkung durch induzierte Emission

Photonenzahländerung

$$\frac{dn}{dt} = \sigma\phi\,(N_2 - N_1)$$

N_1 Atome im Zustand 1
N_2 Atome im Zustand 2

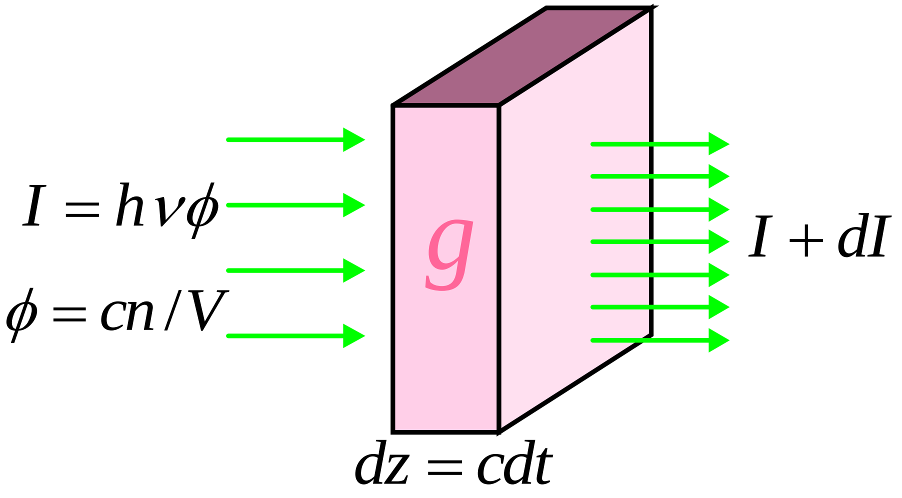
$$\frac{dn}{dt} = g\phi$$

Verstärkungskoeffizient

$$g = \sigma(N_2 - N_1)$$

Besetzungsinversion

$$N_2 > N_1 \quad \Rightarrow \quad g > 0$$



Exponentielles Wachstum der Lichtintensität bei konstanter Verstärkung g

$$\frac{dI}{dz} = gI \qquad I(z) = I(0)\exp(gz)$$

Beispiel

$$g = 0.01\text{cm}^{-1},\ L = 100\text{cm}: \quad \exp(\text{gL}) = 2.7$$

Ratengleichungen des Lasers

Photonen

$$\frac{dn}{dt} = R - A$$

Anregungsrate: $R = g\phi, \quad \phi = \frac{cn}{V}$

$$g = \sigma(N_2 - N_1)$$

Zerfallsrate: $\mathrm{A} = a\phi \quad a = const$

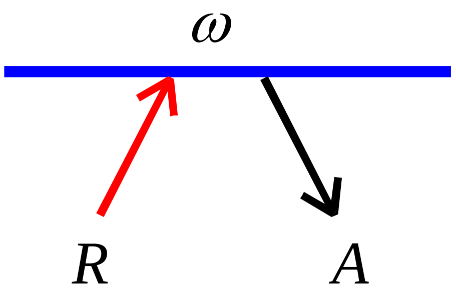
Atome

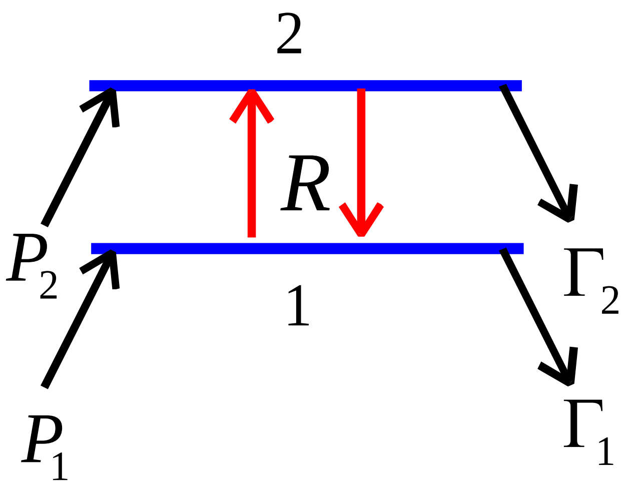
$$\frac{dN_1}{dt} = R + P_1 - \Gamma_1 N_1$$

$$\frac{dN_2}{dt} = -R + P_2 - \Gamma_2 N_2$$

Anregungsrate: $P_{1,2} = const$

Zerfallsrate: $\Gamma_{1,2} = const$





Besetzungen ohne Photonenfluss: $\phi = 0$

Die Zahl der Atome N_i der Atomsorte $i = 1{,}2$ genügt der Ratengleichung

$$\frac{dN_i}{dt} = P_i - \Gamma_i N_i$$

Gleichgewichtsbesetzung

$$\frac{dN_{i,g}}{dt} = 0 \quad \rightarrow \quad N_{i,g} = \frac{P_i}{\Gamma_i}$$

Besetzungsdifferenz im Gleichgewicht

$$D_g = N_{2,g} - N_{1,g} = \frac{P_2}{\Gamma_2} - \frac{P_1}{\Gamma_1}$$

Abweichung vom Gleichgewicht

$$y_i = N_i - N_{i,g}$$

Ratengleichung für die Abweichung

$$\frac{dy_i}{dt} = -\Gamma_i y_i \,, \qquad y_i(0) = y_{i,0}$$

Aufgabe 2: Zeigen Sie, dass die Variable y_i dieser Ratengleichung genügt!

Besetzungen im Nichtgleichgewicht

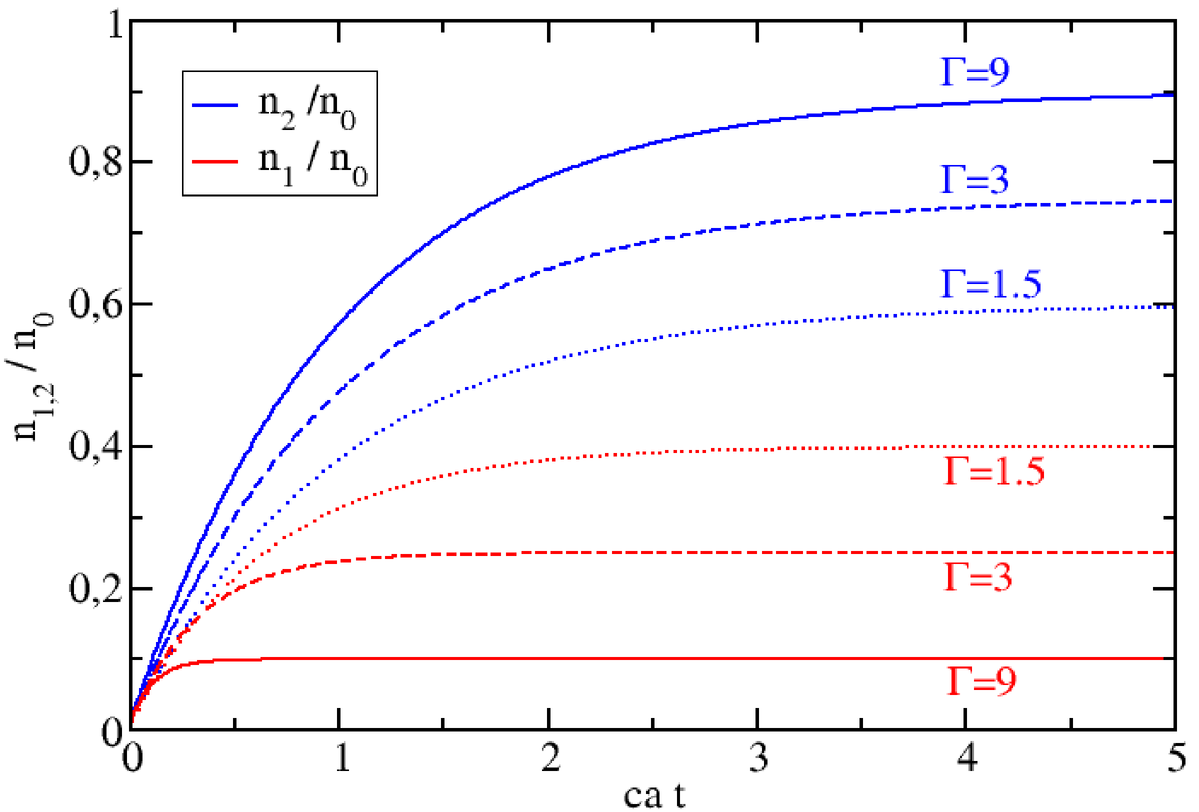
$$y_i(t) = y_{i,0} e^{-\Gamma_i t}$$

$$N_i(t) = N_{i,g} + y_i(t)$$

Erzeugung einer Besetzungsinversion D_g mit gleichen Anregungsraten und verschiedenen Zerfallsraten

$$\mathrm{N_i}(0) = 0\,, \qquad N_0 = N_{1,g} + N_{2,g}\,, \qquad P = P_1 = P_2, \qquad \Gamma = \Gamma_1/\Gamma_2$$

Aufgabe 3: Zeigen Sie: $N_{1,g} = \frac{1}{1+\Gamma}\,\mathrm{N_0}\,,\ \ \mathrm{N_{2,g}} = \frac{\Gamma}{1+\Gamma}\,N_0,\ \ D_g = N_{2,g} - N_{1,g} = \frac{\Gamma-1}{\Gamma+1}\,N_0$



Ratengleichungen mit Photonenfluss: $\phi \neq 0$

Besetzungsgleichgewicht

Im Gleichgewicht sind die Besetzungszahlen konstant und die Raten daher gleich Null

Gleichgewicht der Photonenzahl

$$(g-a)\phi = 0$$

Gleichgewicht der Atomzahlen

$$P_1 - \Gamma_1 N_1 + g\phi = 0$$

$$P_2 - \Gamma_2 N_2 - g\phi = 0$$

Die erste Bedingung ergibt für $\phi \neq 0$:

$$g = \sigma D_S = a$$

Die Besetzungsdifferenz $D = N_2 - N_1$ besitzt dann den Schwellwert

$$D_s = \frac{a}{\sigma}$$

Aufgabe 4: Zeigen Sie: Die Bedingungen für die Atomzahlen ergeben mit dieser Schwellwertbedingung den Photonenfluss

$$\phi = \phi_s \frac{D_g - D_s}{D_s}\ , \qquad \phi_s = \frac{\bar{\Gamma}}{\sigma}, \qquad \bar{\Gamma} = \frac{\Gamma_1 \Gamma_2}{\Gamma_1 + \Gamma_2}$$

Stationärer Photonenfluss

- Gleichgewichtsbedingung

$$(g-a)\phi = 0$$

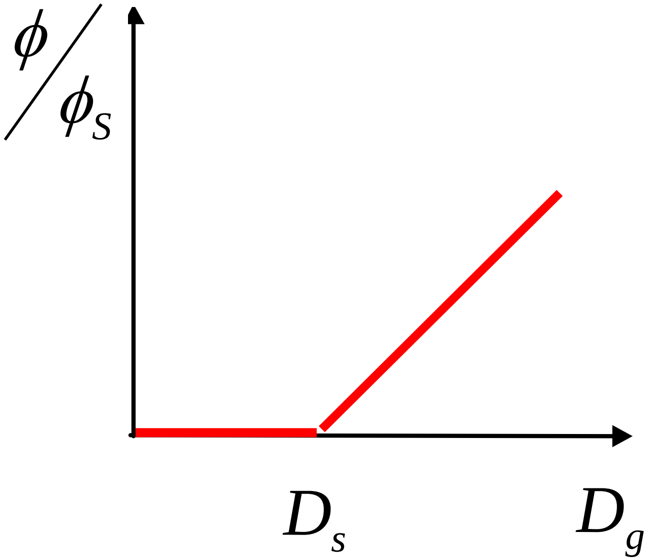
- Erste stationäre Lösung

$$\phi = 0$$

- Zweite stationäre Lösung

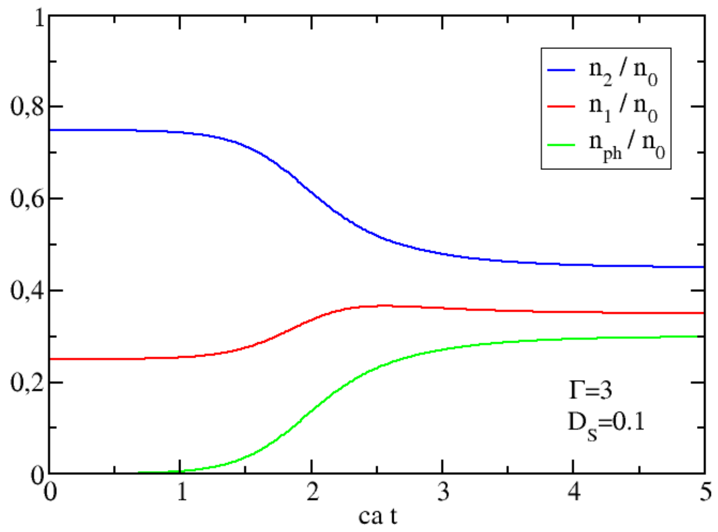
$$\phi = \phi_s \frac{D_g - D_s}{D_s}$$

- Stationärer Photonenfluß

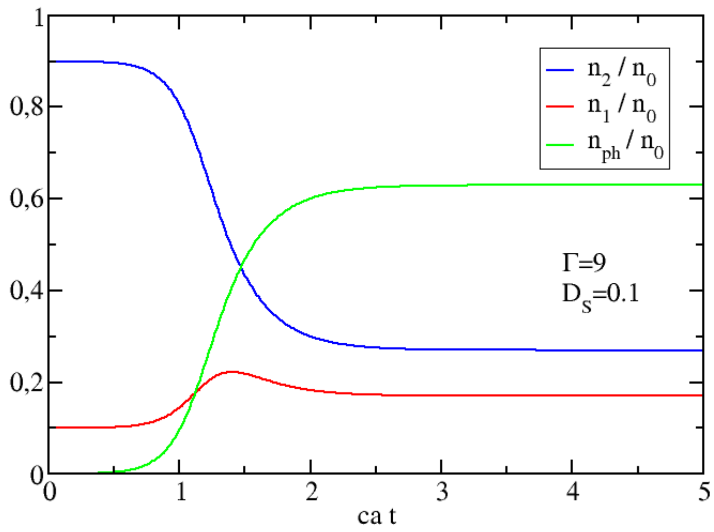


Zeitabhängige Lösungen der Ratengleichungen mit Strahlungsfeld

Die Anfangsbedingungen und Parameter entsprechen den Gleichgewichtsbedingungen, die oben ohne Strahlungsfeld berechnet wurden.



$$D_g = 0.5N_0,\ D_S = 0.1N_0$$

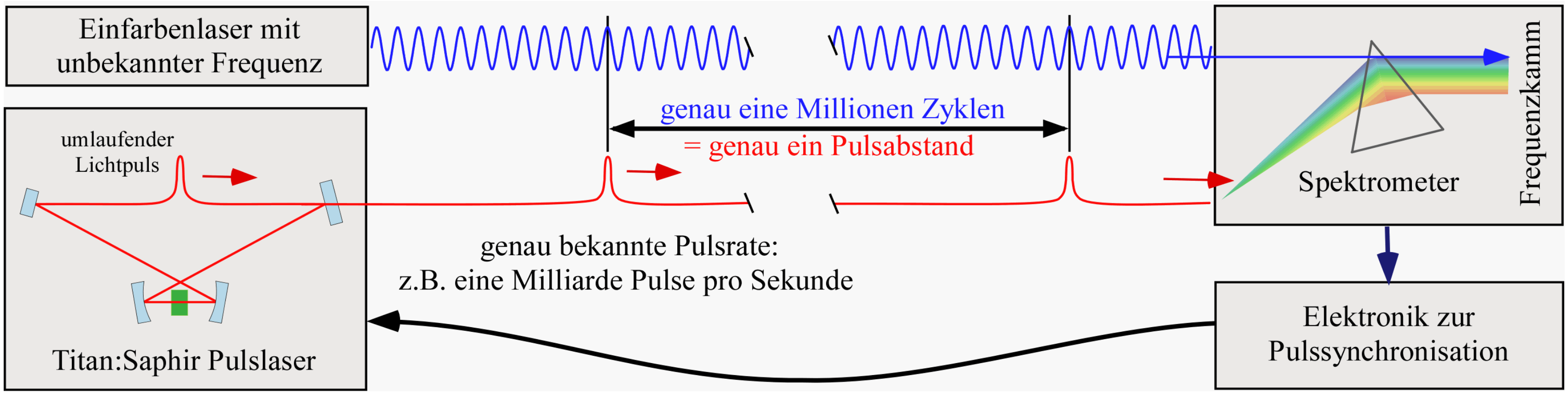


$$D_g = 0.8N_0, \qquad D_S = 0.1N_0$$

Genaue Messung der Lichtfrequenz

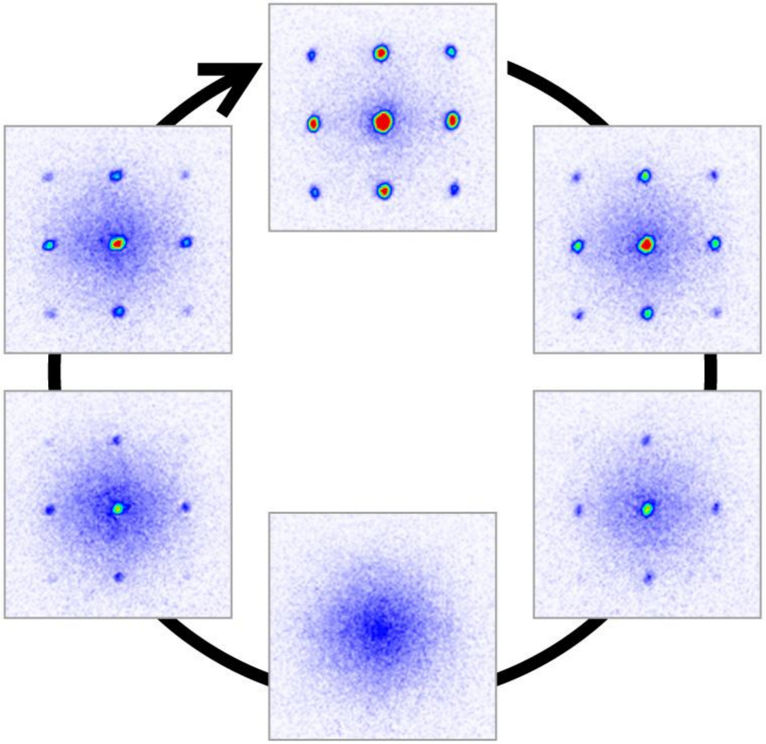
The Nobel Prize in Physics 2005

- **Roy J. Glauber** "for his contribution to the quantum theory of optical coherence“
- **John L. Hall, Theodor W. Hänsch** "for their contributions to the development of laser-based precision spectroscopy, including the optical frequency comb technique"



- http://www.mpq.mpg.de/%7Ehaensch/comb/prosa/prosa.html

Bose-Einstein-Kondensation



Kollaps und Wiederherstellung eines
Bose-Einstein-Kondensats
aus $2x10^5$ Rb-Atomen
Greiner et al, Nature 419, 51 (2002)

The Nobel Prize in Physics 2001
"for the achievement of Bose-Einstein condensation in dilute gases of alkali atoms, and for early fundamental studies of the properties of the condensates„

- **Eric A. Cornell**

- **Wolfgang Ketterle**

- **Carl E. Wieman**

Anhang

Lösungen

Aufgabe 1: Gegeben ist die Funktion $n(t) = n_0 e^{\pm\alpha t}$. Der Anfangswert und die Rate berechnen sich wie folgt:
$n(0) = n_0 e^0 = n_0$ mit $e^0 = 1$, $\frac{dn(t)}{dt} = \frac{dn(x)}{dx}\frac{dx(t)}{dt} = \mathrm{n}_0\left(\frac{d}{dx}e^x\right)\frac{d}{dt}(\pm\alpha t) = n_0 e^x(\pm\alpha) = \pm\alpha n$ mit $x = \pm\alpha t$

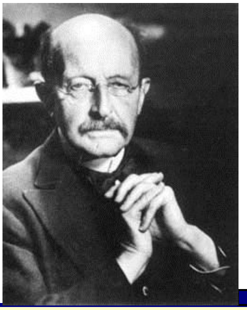
Aufgabe 2: Die Ableitung der Variable $y(t) = N(t) - N_g$ (zur Vereinfachung der Notation ohne Index i) ergibt

$$\frac{dy}{dt} = \frac{dN}{dt} = P - \Gamma N = -\Gamma\left(N - \frac{P}{\Gamma}\right) = -\Gamma\left(N - N_g\right) = -\Gamma y$$

Aufgabe 3: Die Bedingung für die Gesamtteilchenzahl im Gleichgewicht ist $N_0 = N_{1,g} + N_{2,g} = \frac{P_1}{\Gamma_1} + \frac{P_2}{\Gamma_2}$
Mit gleichen Anregungsraten $P = P_1 = P_2$ folgt daraus $N_0 = P\left(\frac{1}{\Gamma_1} + \frac{1}{\Gamma_2}\right) = P\frac{\Gamma_2+\Gamma_1}{\Gamma_1\Gamma_2}$. Die Auflösung nach der Rate ergibt $P = \frac{\Gamma_1\Gamma_2}{\Gamma_1+\Gamma_2}N_0$. Die Gleichgewichtsbesetzungen sind $N_{1,g} = \frac{P}{\Gamma_1} = \frac{\Gamma_2}{\Gamma_1+\Gamma_2} = \frac{1}{1+\Gamma}N_0$ und $N_{2,g} = \frac{P}{\Gamma_2} = \frac{\Gamma_1}{\Gamma_1+\Gamma_2} = \frac{\Gamma}{1+\Gamma}N_0$. Die Besetzungsdifferenz ist $D_g = N_{2,g} - N_{1,g} = \frac{\Gamma}{1+\Gamma}N_0$- $\frac{1}{1+\Gamma}N_0$=$\frac{\Gamma-1}{\Gamma+1}N_0$. Hierbei ist $\Gamma = \Gamma_1/\Gamma_2$ das Verhältnis der Zerfallsraten.

Aufgabe 4: Dividiert man die Gleichgewichtsbedingungen der Atome durch die entsprechenden Zerfallskonstanten $\Gamma_{1,2}$ so folgt $N_{g,1} - N_1 + \frac{g}{\Gamma_1}\phi = 0$ und $N_{g,2} - N_2 + \frac{g}{\Gamma_2}\phi = 0$. Die Auflösung nach den Besetzungszahlenergibt

$N_1 = N_{g,1} + \frac{g}{\Gamma_1}\phi$ und $N_2 = N_{g,2} - \frac{g}{\Gamma_2}\phi$. Daraus folgt die Besetzungsdifferenz $D = N_2 - N_1 = D_g - \mathrm{g}\phi\left(\frac{1}{\Gamma_1} + \frac{1}{\Gamma_2}\right) = D_g - g\phi\frac{\Gamma_2+\Gamma_1}{\Gamma_1\Gamma_2} = D_g - \frac{g}{\bar{\Gamma}}\phi$ mit der reduzierten Zerfallskonstante $\bar{\Gamma} = \frac{\Gamma_1\Gamma_2}{\Gamma_1+\Gamma_2}$. Setzt man nun entsprechend der Schwellwertbedingung aus der ersten Gleichung $g = a = \sigma D_s$ und $D = D_s$, so folgt für den Photonenfluss
$\phi = \frac{\bar{\Gamma}}{a}\left(D_g - D_s\right) = \frac{\bar{\Gamma}}{\sigma}\frac{D_g-D_s}{D_s} = \phi_s\frac{D_g-D_s}{D_s}$ mit $\phi_s = \frac{\bar{\Gamma}}{\sigma}$.



"Was mich in der Physik von jeher vor allem interessierte, waren die großen allgemeinen Gesetze, die für sämtliche Naturvorgänge Bedeutung besitzen, unabhängig von den Eigenschaften der an den Vorgängen beteiligten Körper."
Max Planck, 1943

Plancksche Quantenhypothese (1900)

Licht der Frequenz ν kann nur in Vielfachen des Energiequantums

$$E_{ph} = h\nu \qquad h: \quad \text{Planckkonstante}$$

absorbiert und emittiert werden

Planckschesches Gesetz

Energiedichte pro Volumen- und Frequenzeinheit

$$u = \mathcal{N}\,\bar{n}\,E_{ph}$$

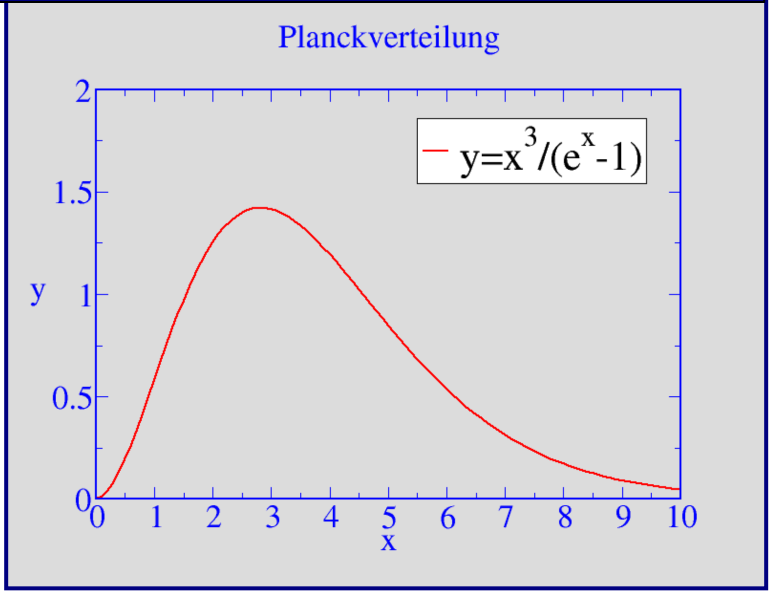
Modendichte

$$\mathcal{N} = 8\pi \frac{\nu^2}{c^3}$$

Mittlere Photonenzahl

$$\bar{n} = \frac{1}{e^{h\nu/k_B T} - 1}$$

$c:$ Lichtgeschwindigkeit
$k_B:$ Boltzmannkonstante



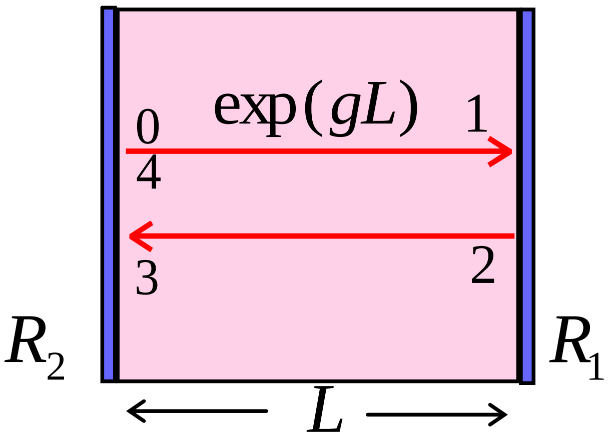
$$x = \frac{\nu}{\nu_*} \qquad y = \frac{u}{8\pi \frac{\nu_*^2}{c^3} k_B T} \qquad \nu_* = \frac{k_B T}{h}$$

Im Maximum der Planckverteilung gilt

$$E_{ph} \approx 2.8\, k_B T, \quad \bar{n} \approx 0.06$$

Feedback im Resonator

Verstärkung und Spiegelverluste



$$I_1 = \exp(gL) I_0$$

$$I_2 = R_1 I_1$$

$$I_3 = \exp(gL) I_2$$

$$I_4 = R_2 I_3$$

Schwellwertbedingung $I_4 = I_0$

$$R_1 R_2 \exp(2 g_t L) = 1$$

$$g_t = -\frac{1}{2L} \ln\left(\mathrm{R}_1 R_2\right)$$

Besetzungsinversion an der Schwelle

$$\boxed{\frac{\Delta N_t}{V} = \frac{g_t}{\sigma}}$$

	$g_t[\mathrm{cm}^{-1}]$	$\sigma[\mathrm{cm}^2]$	$\Delta N_t / V[\mathrm{cm}^{-3}]$
HeNe	2×10^{-4}	1.4×10^{-13}	1.6×10^{9}
Nd:YAG	7×10^{-3}	9×10^{-19}	8×10^{15}

Pumpleistung Nd:YAG

$$P/V = h\nu\, \Delta N_t \Gamma = 5 \mathrm{W/cm}^3$$

$$h\nu = 3.8\times10^{-12} \mathrm{erg} \qquad \Gamma = 1800 \mathrm{s}^{-1}$$

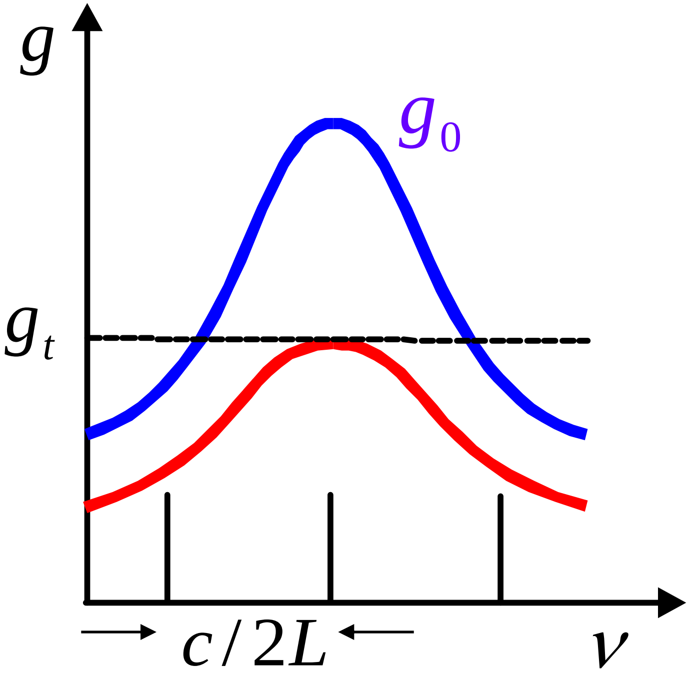
Modenselektion im Resonator

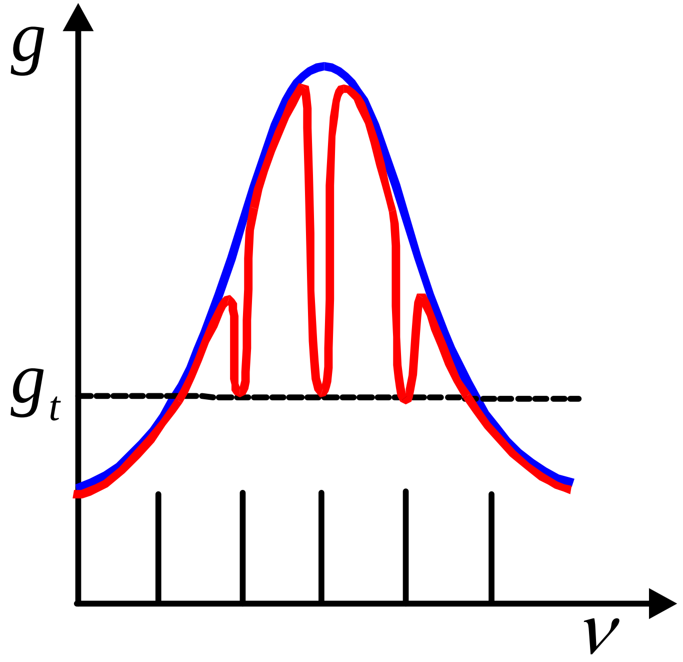
Homogenes Verstärkungsprofil

Atome mit gleichen Übergangsfrequenzen

Inhomogenes Verstärkungsprofil

Atome mit verschiedenen Übergangsfrequenzen





$$\Delta\nu = c\Delta k/2\pi = c/2L \qquad \Delta k = \pi/L$$

Stationäre Besetzungen

- Zeitunabhängige Gleichungen

$$P_1 - \Gamma_1 N_1 + R(N_2 - N_1) = 0$$
$$P_2 - \Gamma_2 N_2 + R(N_2 - N_1) = 0$$

$$R = \sigma\phi$$

- Ungesättigte Besetzungen $R \to 0$

$$N_{10} = P_1 / \Gamma_1$$
$$N_{20} = P_2 / \Gamma_2$$

$$\Delta N_0 = P_2 / \Gamma_2 - P_1 / \Gamma_1$$

- Gesättigte Besetzungen $R \to \infty$

$$N_{1\infty} = N_{2\infty}$$
$$\Delta N_\infty = 0$$

- Besetzungsinversion für beliebiges R

$$\Delta N = \frac{\Delta N_0}{1 + \alpha}$$

- Sättigungsparameter

$$\alpha = \frac{R}{\Gamma} \qquad \frac{1}{\Gamma} = \frac{1}{\Gamma_1} + \frac{1}{\Gamma_2}$$

Sättigung von Verstärkungs- und Absorptionsprofilen

Verstärkungskoeffizient

$$g = \sigma \Delta N = \frac{g_0}{1+\alpha}$$

$$\Delta N = \frac{\Delta N_0}{1+\alpha}$$

Verstärkung: $\Delta N > 0$

Absorption: $\Delta N < 0$

Linienform

$$\sigma = \sigma_{21} \frac{\delta\nu^2}{(\nu - \nu_{21})^2 + \delta\nu^2}$$

$$\alpha = \frac{\sigma\phi}{\Gamma} = \alpha_{21} \frac{\delta\nu^2}{(\nu - \nu_{21})^2 + \delta\nu^2}$$

Gesättigtes Verstärkungsprofil

$$g = g_{21} \frac{\delta\nu_S^2}{(\nu - \nu_{21})^2 + \delta\nu_S^2}$$

$$g_{21} = \frac{\sigma_{21}\Delta N_0}{1+\alpha_{21}}$$

$$\delta\nu_S = \sqrt{1+\alpha_{21}}\,\delta\nu$$

Die Sättigung eines Lorentzprofils ergibt ein verbreitertes Lorentzprofil mit dem reduzierten Maximalwert g_{21} und der größeren Breite $\delta\nu_S$