Übungsblatt 6 Ausgabe: 01.02.07	Plasmaphysik II, WS 2006 Prof. Dr. H.-J. Kull Lehr- und Forschungsgebiet Laserphysik	Mitarbeiter: Thomas Pesch

(G1) Gegeben sei die relativistische Hamiltonfunktion einer Ladung im elektromagnetischen Feld, $\boldsymbol{E} = -\nabla_x\, \phi - \frac{1}{c}\partial_t \boldsymbol{A}$ und $\boldsymbol{B} = \nabla_x \times \boldsymbol{A}$,

$$H(\boldsymbol{Q}, \boldsymbol{P}, t) = \sqrt{m^2c^4 + (\boldsymbol{P} - \frac{q}{c}\boldsymbol{A}(\boldsymbol{Q}, t))^2 c^2} + q\, \phi(\boldsymbol{Q}, t),$$

wobei $\boldsymbol{Q}(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{x}$, $\boldsymbol{P}(\boldsymbol{v}, \boldsymbol{x}, t) = m\gamma\boldsymbol{v} + \frac{q}{c}\boldsymbol{A}(\boldsymbol{Q}, t)$ und $\gamma = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$ ist. Die Verteilungsfunktion ausgedrückt durch die kanonischen Koordinaten sei $F(\boldsymbol{Q}, \boldsymbol{P}, t)$.

Zeigen Sie, dass aus der Vlasov-Gleichung für die Verteilungsfunktion $F(\boldsymbol{Q}, \boldsymbol{P}, t)$,

$$\frac{\partial F}{\partial t} + \frac{d\boldsymbol{Q}}{dt} \cdot \frac{\partial F}{\partial \boldsymbol{Q}} + \frac{d\boldsymbol{P}}{dt} \cdot \frac{\partial F}{\partial \boldsymbol{P}} = 0,$$

die Vlasov-Gleichung für $\mathcal{F}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{v}, t) = F(\boldsymbol{Q}(\boldsymbol{x}), \boldsymbol{P}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{v}, t), t)$,

$$\frac{\partial \mathcal{F}}{\partial t} + \boldsymbol{v} \cdot \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial \boldsymbol{x}} + \frac{q}{m}(\boldsymbol{E} + \frac{1}{c}\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}) \cdot \boldsymbol{J} \cdot \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial \boldsymbol{v}} = 0,$$

mit $J_{ij} = \frac{1}{\gamma}(\delta_{ij} - v_i v_j)$, folgt.