

Übungsblatt 5 Ausgabe: 18.01.07 Abgabe: 25.01.07	Plasmaphysik II, WS 2006 Prof. Dr. H.-J. Kull Lehr- und Forschungsgebiet Laserphysik	Mitarbeiter: Thomas Pesch
--	--	------------------------------

(G1) Die Anfangsverteilung der Elektronen für eine eindimensionale Bewegung in x-Richtung sei:

$$f_0(x, v) = \begin{cases} A & v^-(x) < v < v^+(x) \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}, \quad A = \text{const.}$$

Die Elektronen befinden sich also mit konstanter Dichte in einem Streifen des Phasenraums, der durch $v = v^-(x)$ und $v = v^+(x)$ berandet wird (Waterbag-Verteilung).

- Wie ändert sich die Verteilung im Laufe der Zeit, wenn sie der Vlasov-Gleichung genügt?
- Berechnen Sie die folgenden Mittelwerte als Funktion der Randwerte $v = v^-(x, t)$ und $v = v^+(x, t)$ zur Zeit t :

$$\begin{aligned} n(x, t) &= \int dv f, & u(x, t) &= \frac{1}{n} \int dv v f, \\ p(x, t) &= m \int dv (v - u)^2 f, & q(x, t) &= \frac{m}{2} \int dv (v - u)^3 f. \end{aligned}$$

- Geben Sie die Bewegungsgleichungen für $v^-(x, t)$ und $v^+(x, t)$ in einem elektrostatischem Feld $E(x, t)$ an.
- Zeigen Sie die Gültigkeit der Flüssigkeitsgleichungen

$$\partial_t n + \partial_x (nu) = 0, \quad \partial_t u + u \partial_x u = \frac{q}{m} E - \frac{1}{mn} \partial_x p, \quad \partial_x p = 3(p/n) \partial_x n.$$

(H1) Die Schwingungen der Elektronen in einem kaltem Plasma können im Rahmen eines Flüssigkeitsmodells auch nichtlinear beschrieben werden. Die Auslenkung der Elektronen aus der Gleichgewichtslage a sei $\xi(a, t)$. Sie genügt der Bewegungsgleichung

$$m \frac{\partial^2 \xi(a, t)}{\partial t^2} = q E(a, t)$$

wobei $E(a, t)$ das elektrische Feld am Ort $x = a + \xi(a, t)$ der Elektronen zur Zeit t darstellt. Die Elektronendichte $n(x, t)$ im Intervall dx ergibt sich aus der Gleichgewichtsdichte n_0 im Intervall da durch $n dx = n_0 da$.

- Bestimmen Sie $E(a, t)$ mit Hilfe der Poisson-Gleichung.
- Bestimmen Sie die Schwingungsgleichung für $\xi(a, t)$.
- Wie erhält man $E(x, t)$ und $n(x, t)$ zu einer Auslenkung $\xi(a, t)$? Welche Gültigkeitsgrenze besitzt diese Lösung?
- Geben Sie die Lösung für die Anfangsbedingung

$$\xi_0(a) = A \cos(ka), \quad \dot{\xi}_0(a) = 0$$

an. Für welchen Wert der Amplitude A bricht die Welle?