Übungsblatt 4 Abgabe: 20.11.02	Theoretische Physik (für Physiker): Mechanik	Prof. Dr. H.-J. Kull Theoretische Physik A Laserphysik

(H10) Durch das Triebwerk einer Rakete tritt pro Zeiteinheit eine konstante Masse μ mit einer konstanten Geschwindigkeit u aus. Die Masse der Rakete mit Brennstoff sei m_0, die der leeren Rakete ohne Brennstoff $m_0/500$. Die Rakete starte vertikal nach oben im konstanten Schwerefeld g der Erde ohne Luftwiderstand.

a) Geben Sie die Masse der Rakete als Funktion der Zeit an.
b) Geben Sie die Bewegungsgleichung der Rakete an und bestimmen Sie ihre Geschwindigkeit und ihre Höhe nachdem der Brennstoff verbraucht ist.
c) Wählen Sie als Beispiel die Werte $u = 2$ km/s und $\mu = m_0/100\ \mathrm{s}^{-1}$. Erreicht die Rakete die Fluchtgeschwindigkeit (11.2 km/s), die mindestens notwendig ist, um das Schwerefeld der Erde zu verlassen.

(H11) Berechnen Sie die Drehung eines Foucault-Pendels aufgrund der Corioliskraft. Nehmen Sie hierzu an, daß das Pendel an einem Ort mit der geographischen Breite φ in der horizontalen xy Ebene schwingt und vernachlässigen Sie die vertikale Bewegung. Die Schwerkraft auf das Pendel werde durch ein lineares Kraftgesetz, $F_x = -m\omega_0^2 x$, $F_y = -m\omega_0^2 y$ mit $\omega_0 = \sqrt{g/L}$ beschrieben (g: Schwerebeschleunigung, L: Pendellänge). Vernachlässigen Sie alle quadratischen Terme in der Rotationsfrequenz der Erde. Stellen Sie die Bewegungsgleichung des Pendels in der xy-Ebene auf und lösen Sie diese mit der Anfangsbedingung $x = y = 0$, $v_x = 0$, $v_y = v_0$, wobei die y-Achse von Ost nach West gerichtet ist.

(H12) Zeigen Sie, mit Hilfe des Levi-Civita-Tensors

$$\epsilon_{ijk} = \begin{cases} 1 & \text{für } ijk \text{ zykl. Permutation von 123} \\ -1 & \text{für } ijk \text{ antizykl. Permutation von 123} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

a) $\boldsymbol{a}\cdot(\boldsymbol{b}\times\boldsymbol{c}) = \boldsymbol{b}\cdot(\boldsymbol{c}\times\boldsymbol{a}) = \boldsymbol{c}\cdot(\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b})$
b) $\boldsymbol{a}\times(\boldsymbol{b}\times\boldsymbol{c}) = \boldsymbol{b}(\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{c}) - \boldsymbol{c}(\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b})$
c) $\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{a} = 0$

<u>Hinweis:</u>

$$\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b} = \sum_{ijk} \epsilon_{ijk}\boldsymbol{e}_i a_j b_k, \qquad \sum_i \epsilon_{ijk}\epsilon_{ilm} = \delta_{jl}\delta_{km} - \delta_{jm}\delta_{kl}$$