Übungsblatt 2 Abgabe: 06.11.02	Theoretische Physik (für Physiker): Mechanik	Prof. Dr. H.-J. Kull Theoretische Physik A Laserphysik

(H4) Ein ungedämpfter harmonischer Oszillator wird mit einer harmonischen Kraft angetrieben:

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = \frac{F_0}{m} \sin \omega t,$$

a) Bestimmen Sie die Lösung $x(t)$ der Schwingungsgleichung zu den Anfangsbedingungen $x(0) = x_0$ und $\dot{x}(0) = v_0$.

b) Betrachten Sie für die spezielle Lösung mit $x_0 = 0$, $v_0 = 0$ den Resonanzfall. Setzen Sie hierzu $\omega = \omega_0 - \epsilon$ und führen Sie den Grenzübergang $\epsilon \to 0$ zu einem festen Zeitpunkt t aus.

(H5) Der Oszillator aus (H4) werde nun nahe der Resonanz mit einer kleinen aber endlichen Verstimmung $\epsilon = \omega_0 - \omega$ über eine lange Zeit $t = O(1/\epsilon)$ angetrieben. Da die Amplitude sehr stark anwächst, genügt es die Anfangsbedingungen $x_0 = 0$, $v_0 = 0$ zu betrachten. Bestimmen Sie die über eine Schwingungsperiode gemittelte absorbierte Leistung. Berechnen Sie hierzu $P = Fv$ mit der anregenden Kraft $F = F_0 \sin(\omega t)$. Drücken Sie die Phasen $\phi_0 = \omega_0 t$ und $\phi = \omega t$ durch die Variablen $\xi = \phi_0 + \phi$ und $\eta = \phi_0 - \phi = \epsilon t$ aus. Über eine Periode in der Variablen ξ ändert sich die Variable η nur sehr wenig und kann daher als konstant betrachtet werden. Bestimmen Sie den Mittelwert

$$\bar{P}(\eta) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\xi \; P(\xi, \eta).$$

In welchen Zeitintervallen wird Energie aufgenommen bzw. wieder abgegeben? Berechnen Sie die mittlere Energie, die nach der Zeit t aufgenommen wurde.

(H6) Ein Massepunkt m bewege sich mit der Gesamtenergie E in einem Potential $U(x)$ auf einer periodischen Bahn mit den Umkehrpunkten x_1 und x_2. Geben Sie einen Integralausdruck für die Umlaufperiode T an. Sei $S(E)$ die Fläche, die von der Bahn im Phasenraum umschlossen wird. Zeigen Sie, daß

$$T = \frac{dS(E)}{dE}$$

gilt. Beachten Sie die Energieabhängigkeit der Umkehrpunkte, $x_{1,2} = x_{1,2}(E)$ und zeigen Sie, daß das Ergebnis davon nicht abhängt.