

Übungsblatt 12 Abgabe: 29.01.03	Theoretische Physik (für Physiker): Mechanik	Prof. Dr. H.-J. Kull Theoretische Physik A Laserphysik
---------------------------------------	--	--

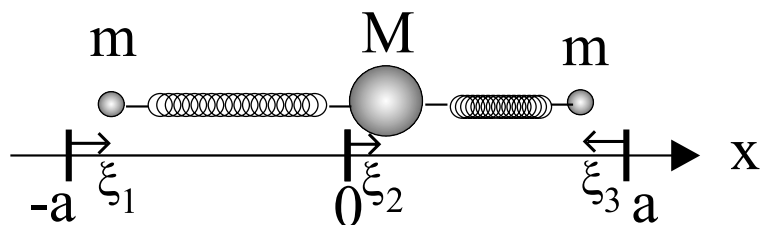
(H34) **Stabilitätskriterium:** Ein System mit zwei Freiheitsgraden besitzt in der Nähe eines Gleichgewichtes die potentielle Energie

$$U = \frac{1}{2} \boldsymbol{\xi}^+ \cdot \mathbf{k} \cdot \boldsymbol{\xi}, \quad \mathbf{k} = \begin{pmatrix} a & c \\ c & b \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{\xi}^+ = (\xi_1, \xi_2), \quad \boldsymbol{\xi} = \begin{pmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \end{pmatrix}.$$

Die Konstanten a , b , c und die Auslenkungen aus dem Gleichgewicht ξ_1 , ξ_2 seien reell. Welche Bedingungen müssen a , b , c erfüllen, damit das Gleichgewicht stabil ist?

(H35) **Dreiatomiges lineares Molekül:** Drei Massenpunkte $m_1 = m_3 = m$, $m_2 = M$ seien auf einer Geraden x frei beweglich und durch zwei gleiche Federn (Federkonstante: f , Länge im entspannten Zustand: a) gekoppelt.

- Geben Sie die Lagrangefunktion des Systems an und leiten Sie die Bewegungsgleichungen her.
- Bestimmen sie die Eigenfrequenzen und die Eigenvektoren der Normalmoden.



(H36) **Lineare Kette:** Eine unendlich lange lineare Kette bestehe aus gleichen Massen m , die sich entlang einer Geraden x bewegen können und jeweils durch gleiche harmonische Federn (Federkonstante f , entspannte Länge a) mit ihren Nachbarn gekoppelt sind.

- Geben Sie die Lagrangefunktion des Systems an und leiten Sie die Bewegungsgleichungen her.
- Bestimmen Sie die Normalmoden der Kette mit Hilfe des Ansatzes

$$\xi_n^{(k)}(t) = e^{ikna} \theta_k(t), \quad \theta_k(t) = C_k e^{-i\omega_k t}.$$

für die Verschiebung des n -ten Massenpunktes der k -ten Normalmode.

- Die Wellenzahl k kann zunächst beliebige reelle Werte annehmen. Begründen Sie, daß k auf den Bereich $-\pi/a \leq k < +\pi/a$ eingeschränkt werden kann. Skizzieren Sie $\omega_k = \omega(k)$ als Funktion von k .
- Für eine endliche Kette aus N Massen gelte die periodische Randbedingung $\xi_{N+1}(t) = \xi_1(t)$. Welche diskreten Werte von k sind dann möglich?

