

Übungsblatt 7 Ausgabe: 22.05.07 Abgabe: 29.05.07	Laserphysik Prof. Dr. H.-J. Kull Lehr- und Forschungsgebiet Laserphysik	Mitarbeiter: Thomas Pesch pesch@ilt.fhg.de
--	---	--

(G1) Zeigen Sie, dass die Volkov-Wellenfunktionen

$$\psi(x, t) = \exp\left(\frac{i}{\hbar}p(t)x - \frac{i}{\hbar}\int^t E(t')dt'\right)$$

Lösungen der Schrödingergleichung für eine Ladung  $q$  in einem elektrischen Feld  $\mathcal{E}(t)$  darstellen.

Anleitung:

- (a) Verifizieren Sie den Lösungsansatz in der Längeneichung durch Einsetzen. Welche Eigenschaften müssen die Funktionen  $p(t)$  und  $E(t)$  erfüllen?
- (b) Setzen Sie  $\mathcal{E}(t) = -\frac{1}{c}\partial_t A(t)$  und bestimmen Sie die Lösung für eine ebene Welle in der Geschwindigkeitseichung:

$$\tilde{\psi} = C(t)e^{ikx}.$$

Transformieren Sie  $\tilde{\psi}$  zurück in die Längeneichung. Welche Eigenschaften müssen die Funktionen  $p(t)$  und  $E(t)$  nun erfüllen? Vergleichen Sie das Ergebnis mit (a).

(H1) Eine Ladung  $q$  befinde sich in einem Potential  $V(x)$  und in einem elektrischen Feld  $\mathcal{E}(t)$ :

Zeigen Sie, klassisch und quantenmechanisch, dass die Wirkung von  $\mathcal{E}(t)$  äquivalent ist zur Wirkung eines beschleunigten Bezugssystems (Äquivalenzprinzip, Kramers-Henneberger-Transformation).

Anleitung:

- (a) Eliminieren Sie  $\mathcal{E}(t)$  aus der klassischen Bewegungsgleichung durch eine geeignete Koordinatentransformation  $x'(t) = x - \xi(t)$ ,  $t' = t$  in ein beschleunigtes Bezugssystem.
- (b) Transformieren Sie die Schrödingergleichung in der Geschwindigkeitseichung ( $\mathcal{E}(t) = -\frac{1}{c}\partial_t A(t)$ ) in das beschleunigte Bezugssystem  $S'$  aus (a). Setzen Sie  $\Psi(x, t) = \Psi'(x', t')$  in  $S'$  und beachten Sie die Transformation der partiellen Ableitung. Definieren Sie abschließend

$$\Psi'' := \Psi' \exp\left(-\frac{i}{\hbar} \int^{t'} \frac{q^2 A(t)^2}{2mc^2} dt\right).$$

Welchen Vorteil hat die Verwendung von  $\Psi''$ ?