Übungsblatt 2 Ausgabe: 17.04.07 Abgabe: 24.04.07	Laserphysik Prof. Dr. H.-J. Kull Lehr- und Forschungsgebiet Laserphysik	Mitarbeiter: Thomas Pesch pesch@ilt.fhg.de

(G1) Ein Plasma bestehe aus Ionen, die mit einer homogenen statischen Dichte vorgegeben sind und Elektronen, deren Dichte $n(\boldsymbol{x}, t)$ und Geschwindigkeit $\boldsymbol{v}(\boldsymbol{x}, t)$ durch die Flüssigkeitsgleichungen

$$\partial_t n + \nabla \cdot (n\boldsymbol{v}) = 0, \qquad m(\partial_t + \boldsymbol{v} \cdot \nabla)\boldsymbol{v} = q(\boldsymbol{E} + \frac{1}{c}\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B})$$

beschrieben werden.

(a) Leiten Sie aus dem Flüssigkeitsmodell den Energiesatz

$$\partial_t(\frac{1}{2}mnv^2) + \nabla \cdot (\frac{1}{2}mnv^2\boldsymbol{v}) = \boldsymbol{j} \cdot \boldsymbol{E}$$

mit der Stromdichte $\boldsymbol{j} = qn\boldsymbol{v}$ her.

(b) Leiten Sie mit (a) und dem Poynting-Theorem den Energiesatz des Plasmas im elektromagnetischen Feld her.

(c) Berechnen Sie für elektromagnetische und elektrostatische Wellen die zeitgemittelte Energiedichte aus (b). Verwenden Sie dabei zunächst nur die harmonische Zeitabhängigkeit der Welle $\propto \exp(-i\omega t)$ und entwickeln Sie die Gleichungen für kleine Amplituden:

$$n = n_0 + n_1, \qquad \boldsymbol{v} = \boldsymbol{v}_1, \qquad \boldsymbol{E} = \boldsymbol{E}_1, \qquad \boldsymbol{B} = \boldsymbol{B}_1.$$

Ersetzen Sie dabei die Dichte durch die Plasmafrequenz, $\omega_p = \sqrt{4\pi q^2 n_0/m}$. Werten Sie anschließend das Ergebnis für elektromagnetische Wellen,

$$|B|^2 = \varepsilon |E|^2, \qquad \varepsilon = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2},$$

sowie für elektrostatische Wellen,

$$\boldsymbol{B} = 0, \qquad \omega = \omega_p,$$

aus.

(H1) Ein Plasma mit einer Plasmafrequenz ω_p besitzt eine Dielektrizittsfunktion

$$\varepsilon = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}.$$

(a) Skizzieren Sie die Dispersionsrelation $\omega = \omega(k)$ für elektromagnetische Wellen.

(b) Berechnen Sie die Intensität und die Energiedichte der Wellen. Wie ändert sich die Energiedichte, wenn die Welle in ein Gebiet mit langsam anwachsender Plasmafrequenz eindringt?

(c) Driften die Elektronen mit einer Geschwindigkeit v gegenüber den Ionen, so erhält man eine dopplerverschobene Funktion

$$\varepsilon = 1 - \frac{\omega_p^2}{(\omega - kv)^2}.$$

Berechnen Sie für $\varepsilon = 0$ die Energiedichte und die Phasengeschwindigkeit der Wellen. Wann tritt eine negative Energiedichte auf?