

Übungsblatt 9 Abgabe: 23.06./26.06.	Theoretische Physik A, Laserphysik RWTH Aachen Prof. Dr. H.-J. Kull	Theoretische Physik: Elektrodynamik SS 2006
---	---	---

(H1) **Plattenkondensator mit Dielektrikum**

In einen Plattenkondensator mit dem Plattenabstand d wird eine Glasplatte mit der Dicke $\delta < d$ und der Dielektrizitätskonstanten ϵ eingeschoben. Um welchen Faktor ändert sich dadurch die Kapazität?

(H2) **Polarisierbarkeit von Oszillatoren**

Eine Ladung q mit Masse m kann in x -Richtung gedämpfte harmonische Schwingungen um die Gleichgewichtslage $x = 0$ ausführen. Die Schwingungsgleichung lautet

$$\ddot{x} + 2\beta\dot{x} + \omega_0^2 x = 0, \quad \beta, \omega_0 = \text{konst.}$$

Die Ladung werde durch ein zeitabhängiges elektrisches Feld $E(t) = E_0 \cos(\omega t)$ mit der Frequenz ω zu Schwingungen angeregt.

- a) Geben Sie die Bewegungsgleichung mit der anregenden Kraft an und bestimmen Sie diejenige Lösung, die eine erzwungene Schwingung mit der Frequenz ω beschreibt. Verwenden Sie hierzu komplexe Variablen, $x = \Re\{z\}$, $E = \Re\{G\}$.
- b) Geben Sie das Dipolmoment $p = qz$ und die Polarisierbarkeit $\alpha = p/G$ an.
- c) Welche Dielektrizitätskonstante $\epsilon = \epsilon(\omega)$ erhält man für ein Medium, das n unabhängige Oszillatoren pro Volumeneinheit enthält. Verwenden Sie im Ergebnis die Substitution $\omega_p^2 = 4\pi q^2 n/m$ (ω_p : Plasmafrequenz).
- d) Setzen Sie $\beta = 0$ und geben Sie die Dielektrizitätskonstante für kleine und große Frequenzen jeweils in der Form,

$$\epsilon(\omega) = \begin{cases} A + B\omega^2 + O(\omega^4) & \omega \rightarrow 0 \\ C + D/\omega^2 + O(\omega^{-4}) & \omega \rightarrow \infty \end{cases}$$

an. Bestimmen Sie die konstanten Koeffizienten A, B, C, D .

- e) Geben Sie den Real- und Imaginärteil der Dielektrizitätskonstante bei schwacher Dämpfung ($\beta \ll \omega$) in einer kleinen Umgebung der Resonanzstelle ($\delta\omega = \omega_0 - \omega \rightarrow 0$) an. Verwenden Sie hierbei die Näherung $\omega_0^2 - \omega^2 \approx 2\omega_0\delta\omega$.
- f) Skizzieren Sie das Frequenzverhalten von $\Re\{\epsilon(\omega)\}$ und $\Im\{\epsilon(\omega)\}$ für $\beta \ll \omega$.

(H3) **Dielektrische Kugel im homogenen Feld**

In einem homogenen Medium mit der Dielektrizitätskonstanten ϵ_1 sei eine Hohlkugel mit Radius R ausgespart. Die Hohlkugel werde mit einem anderen Medium mit der Dielektrizitätskonstanten ϵ_2 homogen gefüllt. Von außen wird ein homogenes elektrisches Feld $\mathbf{E}_0 = E_0 \mathbf{e}_z$ angelegt. Bestimmen Sie das Potential im gesamten Raum und das elektrische Feld im Innenraum der Kugel. An der Kugeloberfläche gelten für das Potential die Stetigkeitsbedingungen $[\phi] = 0$ und $[\epsilon\partial_r\phi] = 0$, wobei $[f] = f(R+) - f(R-)$ den Sprung von $f(r)$ an der Kugeloberfläche bezeichnet.