Übungsblatt 3 Abgabe: 05.05./08.05.	Theoretische Physik A, Laserphysik RWTH Aachen Prof. Dr. H.-J. Kull	Theoretischen Physik: Elektrodynamik SS 2006

(H1) Zeigen Sie, daß die Delta-Funktion die folgenden Eigenschaften besitzt:

a) $\delta(x) = \delta(-x), \qquad \delta(ax) = \frac{1}{|a|}\,\delta(x), \qquad a$ konstant.

b) Sei $g(x)$ eine Funktion, die in den Punkten x_i, $i = 1, 2, ...$ einfache Nullstellen besitzt und sonst ungleich Null ist. Dann gilt:

$$\delta(g(x)) = \sum_i \frac{1}{|g'(x_i)|}\delta(x - x_i); \qquad g(x_i) = 0,\ g'(x_i) \neq 0.$$

c) Sei $\xi_i(x_j)$ eine allgemeine Koordinatentransformation der kartesische Koordinaten x_j. Dann gilt:

$$\prod_i \delta(x_i - x_i') = \frac{1}{|J|}\prod_i \delta(\xi_i - \xi_i'), \qquad J = \det\left|\frac{\partial x_i}{\partial \xi_j}\right|.$$

(H2) Die folgenden Ladungsverteilungen besitzen jeweils die Gesamtladung Q. Drücken Sie die dreidimensionalen Ladungsdichten durch die Deltafunktion in den angegebenen Koordinaten aus:

a) N gleiche Punktladungen in kartesischen Koordinaten,
b) homogen geladene Kugeloberfläche mit Radius R in Kugelkoordinaten,
c) homogen geladener Kreis mit Radius a in Zylinderkoordinaten,
d) homogen geladene Kreisfläche mit Radius a in Zylinderkoordinaten.

(H3) Ein Halbkreis mit Radius R besitze in Zylinderkoordinaten (ϱ, φ, z) die Ladungsdichte

$$\tau(\varrho, \varphi, z) = \frac{Q}{2R}\sin(\varphi)\Theta(\varphi)\Theta(\pi - \varphi)\delta(\varrho - R)\delta(z), \qquad Q = const\ .$$

a) Zeigen Sie, dass Q die Gesamtladung des Kreisringes darstellt.
b) Berechnen Sie das von dem Kreisring erzeugte Potential $\phi(\varrho, 0, z)$ in einem Punkt der Ebene $\varphi = 0$. Verwenden Sie hierzu die Integraldarstellung des Potentials der Ladungsdichte.
c) Betrachten Sie die Spezialfälle $\varrho \neq 0, z = 0$ und $\varrho = 0, z \neq 0$.