

Übungsblatt 2 Abgabe: 28.04./02.05.	Theoretische Physik A, Laserphysik RWTH Aachen Prof. Dr. H.-J. Kull	Theoretischen Physik: Elektrodynamik SS 2006
---	---	--

- (G1) Sei δ_{ij} ein Tensor, dessen Matrixelemente in einem speziellen kartesischen Koordinatensystem durch

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1 & i = j \\ 0 & i \neq j \end{cases}$$

definiert sind. Zeigen Sie, dass die Matrixelemente invariant sind gegenüber orthogonalen Transformationen,

$$\delta'_{ij} = \delta_{ij}$$

Welchen Skalarprodukten entsprechen diese Invarianten?

- (G2) Die Gleichung

$$A_i = C_{ij}B_j \quad (\text{Summenkonvention})$$

gelte in jedem kartesischen Koordinatensystem. Es sei bekannt, dass \mathbf{A} und \mathbf{B} Vektoren sind. Zeigen Sie, dass \mathbf{C} ein Tensor 2-ter Stufe ist.

- (G3) Sei $S(\mathbf{r})$ ein skalares Feld. Berechnen Sie die Komponenten von $\nabla S(\mathbf{r})$ in Kugelkoordinaten. Gehen Sie dabei von der koordinatenunabhängigen Definition des Gradienten aus.

- (G4) Sei $\mathbf{A}(\mathbf{r})$ ein Vektorfeld. Berechnen Sie $\nabla \cdot \mathbf{A}(\mathbf{r})$ in Kugelkoordinaten. Gehen Sie dabei von der koordinatenunabhängigen Definition der Divergenz aus.

- (H1) Der Quadrupoltensor einer Ladungsdichte $\varrho(\mathbf{r})$ wird definiert durch

$$Q_{ij} = \int d^3r \varrho(\mathbf{r}) (3x_i x_j - r^2 \delta_{ij}).$$

Hierbei bezeichnen x_i die Koordinaten und r den Betrag des Ortsvektors \mathbf{r} . Untersuchen Sie das Transformationsverhalten von Q_{ij} bei orthogonalen Transformationen und zeigen Sie, dass Q_{ij} ein Tensor 2-ter Stufe ist.

- (H2) Sei $\mathbf{A}(\mathbf{r})$ ein Vektorfeld. Berechnen Sie die Komponenten von $\nabla \times \mathbf{A}(\mathbf{r})$ in Kugelkoordinaten. Gehen Sie dabei von der koordinatenunabhängigen Definition der Rotation aus.

- (H3) Berechnen Sie in Kugelkoordinaten für $\mathbf{A} = A(r)\mathbf{e}_r$, die Komponenten des Vektors,

$$\Delta \mathbf{A} = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{A}) - \nabla \times (\nabla \times \mathbf{A})$$

Verwenden Sie hierzu die Ergebnisse aus (G3), (G4) und (H2) bzw. schlagen Sie diese in einer Formelsammlung (Bronstein) nach.